

## О ЗАБЫТОЙ НАУЧНОЙ ДИСКУССИИ МЕЖДУ Л. БОЛЬЦМАНОМ И Й. ЛОШМИДТОМ

*Опарин Е. Г.*

Как ни парадоксально, но даже в точной науке - в физике - иногда, также как и в шахматах, новое — это хорошо забытое старое. Поэтому, периодически следует вспоминать преданное забвению хорошо забытое старое.

Автор этих строк хотел бы обратить внимание на преданную забвению, забытую научную дискуссию между Л. Больцманом и Й. Лошмидтом по вопросу теплового равновесия в газе в стационарном состоянии в поле тяжести.

Еще в 1923 году в статье «Об одном старом заблуждении относительно равновесия газа в поле тяжести» П. Эренфест писал: «Еще Больцман полностью опроверг давнее утверждение о том, что в случае газа, находящегося в поле тяжести, средняя кинетическая энергия молекул газа в нижней части якобы должна быть большей за счет ускорения свободного падения, чем в верхней. Тем не менее, это утверждение вновь и вновь появляется на страницах научных журналов» [1].

Каким же образом «Больцман полностью опроверг давнее утверждение», каковы же его доказательства и аргументы?

Подчеркивая значение теории в развитии науки, Л. Больцман писал: «Теория...является максимально практической вещью» [2]. Но «максимально практической вещью» может быть лишь хорошая, обоснованная, бесспорная теория, базирующаяся на экспериментальной основе. В основе хорошей теории, безусловно, должен лежать бесспорный экспериментальный научный факт, исключая субъективность умозрительных выводов теоретиков.

К сожалению, следует констатировать, что созданная, в основном - Л. Больцманом, теория стационарного состояния газа в поле тяжести таковой не является. Опирается она не на бесспорный экспериментальный факт, а на субъективные, спорные выводы Л. Больцмана. Это подтверждает давняя, забытая научная дискуссия по этому вопросу между Л. Больцманом и Й. Лошмидтом.

14 октября 1875 года на заседании Австрийской академии наук Л. Больцман представил статью «О тепловом равновесии газов, на которые действуют внешние силы» [3]. В этой статье Л. Больцман показал, что если на молекулы одноатомного идеального газа действуют внешние потенциальные силы (например, сила тяжести), то функция  $f$ , определяющая стационарное распределение частиц одноатомного идеального газа в потенциальном поле имеет вид:

$$f = A \cdot e^{-h(2\psi + u^2 + v^2 + w^2)} = A \cdot e^{-\frac{2h}{m} \left( x + \frac{m \cdot v^2}{2} + \frac{m \cdot u^2}{2} + \frac{m \cdot w^2}{2} \right)}, \quad (I)$$

где

$A$  и  $h$  - постоянные;

$m$  - масса молекулы газа;

$u, v, w$  - составляющие скоростей молекул,

$x$  - потенциальная энергия молекулы;

$\psi$  - потенциал ( $\psi = x/m$ ).

Приведя эту функцию, названную позднее «распределением Больцмана», Л. Больцман сделал следующий вывод: **«Из этой формулы следует, что несмотря на действие внешней силы для направления действия скорости какой-либо молекулы, каждое направление в объеме равновероятно, к тому же в каждом элементе объема распределение скоростей газа в точности равно такому, как в газе с равной плотностью и температурой. Эффект внешней силы заключается лишь в том, что плотность в газе изменяется от слоя к слою, и именно таким образом, который уже известен из гидродинамики»** [3, стр. 443-444].

По поводу этого вывода Л. Больцмана Й. Лошмидт сделал следующее замечание: *«Для меня, естественно, что важнейший вывод - это равенство температур во всех горизонтальных слоях газовой массы. Это следует из независимости высоты  $h$  от координат»* [4, IV, стр. 223].

Затем Л. Больцман распространил этот вывод на смесь нескольких газов: **«Средняя кинетическая энергия всех молекул газа есть та же самая, и распределение состояний в каждом газе такое, как будто соответствующий газ находится под влиянием той же самой силы и той же самой имеющейся плотности и температуры»** [3, стр. 444].

Таким образом, по мнению Л. Больцмана, из распределения, носящего его имя, которое определяет стационарное состояние газа, следует, что в газе в стационарном состоянии эффект внешней силы сводится лишь к изменению плотности газа, которая изменяется по экспоненте. А средняя кинетическая энергия молекул газа, определяющая его температуру, остается при этом постоянной для всей массы газа, т. е. не зависит от высоты. При этом Л. Больцман утверждал, что это решение - **«единственное решение проблемы»** [6, стр. 504].

В классической физике этот вывод Л. Больцмана, определяющий стационарное состояние газа в потенциальном поле, является господствующим и более века считался и считается безупречным. Объясняется это тем, что этот вывод Л. Больцмана находится в полном соответствии со вторым началом термодинамики.

Однако, наряду с господствующим мнением Л. Больцмана по вопросу определения стационарного состояния газа в поле тяжести даже во времена становления молекулярно-кинетической теории газа, вопреки мнению Л. Больцмана и общепризнанному господствующему мнению, существовало и другое мнение, согласно которому в газе в стационарном состоянии, поле тяжести должно вызывать неравенство температур и приводить к линейной зависимости температуры газа от высоты.

Этого мнения придерживался Й. Лошмидт, который вскоре после отмеченной выше статьи Л. Больцмана представил Австрийской академии наук 4 статьи под общим заголовком «О состоянии теплового равновесия системы тел с учетом силы тяжести» [4].

В первой статье Й. Лошмидт отмечал, что в основе теории газов и механической теории теплоты лежит условие термодинамического равновесия системы, которое в дальнейшем стало основой термодинамики. Оно гласит: **«В системе тел, атомы которых подвержены влиянию внутренних и внешних сил, условием термодинамического равновесия является равенство средней кинетической энергии всех атомов»** [4, 1, стр. 129].

И вопреки этому основополагающему положению термодинамики Й. Лошмидт привел доказательство, что в поле тяжести в системе, находящейся в стационарном состоянии, может быть получено неравенство средней кинетической энергии атомов и, следовательно, неравенство температур в различных частях системы.

Й. Лошмидт на вполне допустимых основаниях рассматривал различные системы простых атомов (молекулярные модели), находящиеся в поле тяжести и с учетом закона сохранения энергии анализировал их поступательное движение в поле тяжести. Исходным состоянием при этом было линейное расположение атомов друг над другом в вертикальном направлении в поле тяжести. Рассматривая абсолютно упругое взаимодействие атомов

(шаров), Й. Лошмидт отмечал, что столкновения шаров между собой не влияют на характер движения, т. к. процесс можно представить таким образом, что как будто бы каждый шар проходит через другие беспрепятственно. Это вполне обоснованный прием, основанный на законе сохранения импульса при абсолютно упругом ударе. Анализируя поступательное движение атомов, находящихся в вертикальной колонне в поле тяжести, Й. Лошмидт сделал следующий вывод: *«...под влиянием силы тяжести средняя кинетическая энергия нижних атомов будет больше, чем сверху, следовательно, также будет иметь место увеличение температуры сверху вниз»* [4, 1, стр. 131].

Отмечая, что изменение кинетической энергии тела при падении его с одной и той же высоты пропорционально его весу, Й. Лошмидт рассмотрел систему, состоящую из двух вертикальных колонн атомов с разными атомными весами  $M$  и  $m$ , верхние и нижние основания которых находятся в тепловом контакте между собой через объемы  $W_1$  и  $V_1$ , а верхние - через объемы  $W_2$  и  $V_2$  соответственно. Рассматривая движение атомов в вертикальных колоннах, Й. Лошмидт сделал следующий вывод: *«Результатом этих соотношений в двойной системе будет непрерывный тепловой поток, который будет протекать в направлении стрелок, если перегородки между  $W_1$  и  $V_1$  равно как и между  $W_2$  и  $V_2$ , как мы приняли, допускают теплообмен»* [4, 1, стр. 133].

Таким образом, Й. Лошмидт на конкретном примере показал, что на вполне допустимых основаниях в поле тяжести можно получить систему атомов, находящихся в стационарном состоянии, в отдельных частях которой имеется неравенство температур и обусловленный им непрерывный тепловой поток. При этом Й. Лошмидт отмечал, что это находится в прямом противоречии не только с приведенным выше основополагающим положением термодинамики о термодинамическом равновесии системы, но и со вторым началом термодинамики. И в этом Й. Лошмидт не видел ничего абсурдного. Причем, суть этих противоречий не зависит от начального положения атомов (линейное или нелинейное), а в строгом применении закона сохранения энергии к любому числу атомов (молекул, частиц), находящихся в движении в поле тяжести. Т. е. строгое применение закона сохранения энергии к системе частиц, движущихся в поле тяжести, приводит к явному противоречию как с определением термодинамического равновесия системы, так и со вторым началом термодинамики.

Й. Лошмидту была известна основополагающая работа Дж. К. Максвелла «К динамической теории теплоты» [5], в которой Максвелл установил неразрывную связь между тепловым стационарным состоянием газа в поле тяжести и вторым началом термодинамики. Максвелл показал, что для того, чтобы второе начало термодинамики было абсолютным, необходимо, чтобы в стационарном состоянии в поле тяжести температура не зависела от высоты для всех веществ. Максвелл пришел к этому выводу, рассматривая следующий мысленный эксперимент. Допустим, что имеются два тела, которые в стационарном состоянии в поле тяжести имеют различную температурную зависимость от высоты. Тогда, если нижние основания этих тел находятся в тепловом контакте между собой и с тепловым резервуаром, то между верхними основаниями этих тел будет разность температур. Используя эту разность температур, тепловой двигатель будет работать, и при этом будет возможным процесс, единственным результатом которого будет непрерывное получение работы и охлаждение теплового резервуара. Максвелл считал, что нельзя допустить этого явного противоречия второму началу термодинамики и принял, что в поле тяжести в стационарном состоянии температура не должна зависеть от высоты для всех веществ.

Таким образом, в основе утверждения о независимости температуры от высоты в поле тяжести Максвеллом был положен постулат о невозможности процесса, единственным результатом которого является получение работы и охлаждение теплового резервуара, т. е.

второе начало термодинамики. Поэтому, признав различную температурную зависимость от высоты в стационарном состоянии в поле тяжести необходимо признать, что второе начало термодинамики является не **абсолютным** законом природы, а **частным** законом, ограниченным в поле тяжести. Й. Лошмидт не видел ничего абсурдного в том, чтобы признать этот постулат ограниченным в поле тяжести и считал, что *«...равенство температур во всех горизонтальных слоях газа является сомнительным»* [4, 1, стр. 136].

Вторую статью «О состоянии теплового равновесия системы тел с учетом поля тяжести» Й. Лошмидт специально посвятил области применения распределения Максвелла и привел три возражения против необоснованного расширения границ применимости распределения Максвелла и необоснованного применения его в поле тяжести.

Возражения Й. Лошмидта о границах применимости распределения Максвелла, безусловно, имеют более общий характер, когда речь идет о применимости в доказательствах известных знаний при получении новых научных знаний.

Наука - на немецком языке – *Wissenschaft* - происходит от двух слов и не случайно точно определяется их значениями: *wissen* - **знать, уметь** и *schaffen* - **создавать, творить**. Об этом в науке следует постоянно помнить и в доказательствах (при создании новых научных знаний) необходимо не только **знать** и пользоваться тем, что твердо установлено наукой, но и **уметь** этим пользоваться, постоянно помня, **при каких условиях получены используемые в доказательствах твердо установленные наукой знания**.

На это Й. Лошмидт неоднократно обращал внимание и в IV статье подчеркивал: *«Единственно, что мы точно знаем, что столкновения сами по себе в массе газа повсюду приводят к одной и той же плотности, влекут за собой распределение Максвелла. Мы также твердо знаем, что сила тяжести эту неоднородную плотность разрушает и устанавливает стационарно неоднородную плотность. Сохраняется ли при этом распределение Максвелла безупречным мы не знаем»* [4, IV, стр. 220].

При этом Й. Лошмидт вполне обоснованно указывал, почему нельзя использовать распределение Максвелла для установления влияния сил тяжести. Подчеркивая, что распределение Максвелла получено из условия (предположения) отсутствия внешних сил, в частности - поля тяжести, Й. Лошмидт писал: *«Теперь рассмотрим несколько подробнее максвелловский вывод этого столь важного закона распределения скоростей атомов. Он приведен на с. 185 цитированной выше статьи. Здесь сделано предположение, что большую часть времени молекулы газа движутся прямолинейно и, лишь когда две молекулы подходят очень близко друг к другу, начинают действовать молекулярные силы взаимодействия, и влияние их на движение обеих молекул при таких обстоятельствах можно описать с помощью теории центральных сил.*

*«Сразу видно, что при этом предположении взаимодействие внешних сил тяготения просто исключается. Ибо под действием сил тяготения траектории молекул между двумя столкновениями являются параболическими кривыми, и ни о каком применении теории центральных сил не может быть и речи.*

*«Таким образом, нельзя применять закон распределения, полученный в предложении об отсутствии внешних сил, а именно, сил тяготения, к задаче, в которой речь идет, как раз об установлении влияния сил тяготения»* [4, 1, стр. 136-137].

К этому замечанию Й. Лошмидта следует добавить, что распределение Максвелла получено из условия постоянства температуры газа. Следовательно, оно справедливо и применять его следует **только в этом случае**. Поэтому применять распределение Максвелла при рассмотрении стационарного состояния газа в поле тяжести - это значит получать заведомо спорный, сомнительный результат.

При определении температурного равновесия в газе в стационарном состоянии в поле

тяжести мы не знаем, что получится в результате доказательства: равенство или неравенство температур во всем объеме газа. Поэтому, до тех пор, пока мы не знаем о равенстве температур (а мы знаем, что только при равенстве температур справедливо распределение Максвелла, а будет ли оно справедливо при неравенстве температур - мы не знаем) в доказательстве не следует использовать распределение Максвелла. В противном случае можно доказать что угодно, в том числе и изотермичность газа, находящегося в стационарном состоянии в поле тяжести.

Й. Лошмидт неоднократно подчеркивал, что в газе в состоянии термодинамического равновесия поле тяжести неизбежно должно приводить к неравенству температур в отдельных его частях, находящихся на разных высотах и выдвинул гипотезу, что зависимость температуры от высоты в этом случае должна быть линейной:

$$T_z = T_0 + \alpha Z,$$

где  $T_z$  - температура на высоте  $Z$ ,  $T_0$  - температура абсолютного нуля,  $\alpha$  - постоянная, зависящая от атомного веса газа.

Это значит, что для двух газов с различными атомными весами их температурная зависимость от высоты будет различной. Следовательно, в соответствии с рассмотренным выше мысленным экспериментом Максвелла принципиально возможен вечный двигатель второго рода. Рассуждения Й. Лошмидта и его гипотеза о линейной зависимости температуры от высоты в стационарном состоянии в поле тяжести применимы не только к газам, но и к любым веществам: жидким и твердым.

Для подтверждения своей гипотезы Й. Лошмидт на основании этой гипотезы рассчитал увеличение температуры на  $1^\circ \text{C}$  при углублении в артезианских колодцах, получив при этом удивительное соответствие [4, 1, стр. 142].

Эта гипотеза Й. Лошмидта явно противоречит выводу Л. Больцмана о равенстве температур в газе в поле тяжести и Л. Больцман не мог не ответить.

$$C \cdot e^{-h(u^2+v^2+w^2)} \cdot du \cdot dv \cdot dw$$

14 декабря 1876 года, т. е. после выхода в свет трех статей Й. Лошмидта, Л. Больцман представил на заседании Австрийской академии наук статью «О постановке и интегрировании уравнений, которые определяют молекулярное движение в газах» [6]. В первой части этой статьи под заголовком «Простейшее доказательство, что в моей прежней статье установленная формула есть решение проблемы» Л. Больцман пояснил, каким образом было получено распределение, носящее его имя: **«Уже Максвелл нашёл, что когда действием тяготения можно пренебречь, то функцией**

**выражается количество молекул, координаты скоростей которых лежат между  $U$  и  $U+du$ ,  $V$  и  $V+dv$ ,  $W$  и  $W+dw$ . К тому же из барометрической формулы сечения по высоте следует, что когда плотность у пола сосуда обозначена  $\rho_0$ , на высоте  $Z$  плотность будет иметь значение  $\rho_0 e^{-kz}$ , отсюда следует, что когда  $N_0 dZ$  обозначить количество молекул, которые находятся непосредственно в прилегающем ко дну слое толщиной  $dZ$ , то количество молекул в слое, лежащем на высоте  $Z$ , равной толщины будет иметь значение**

$$N_0 \cdot e^{-kz} \cdot dZ \quad \gg \quad [6, \text{стр. 504}]$$

Далее Л. Больцман отмечал, что простой комбинацией этих формул, получена функция распределения  $f$  (формула I), определяющая стационарное состояние газа в поле тяжести, и привел «доказательство, что формула I - есть единственно возможное решение проблемы» [6, стр. 521].

Таким образом, игнорируя возражения Й. Лошмидта о границах применимости распределения Максвелла и о неправомерности его применения для определения стационарного состояния газа в поле тяжести, Л. Больцман получил распределение, носящее его имя, простой комбинацией формул распределения Максвелла и экспоненциальной зависимости концентрации молекул газа от высоты, получив в показателе экспоненты сумму кинетической и потенциальной энергии газа.

Й. Лошмидт не мог не ответить на эту статью Л. Больцмана и в четвертой статье «О состоянии теплового равновесия систем тел с учетом поля тяжести» тщательно анализировал обе статьи Л. Больцмана, и, вопреки доказательствам Л. Больцмана, рассмотрел шесть различных молекулярных систем, расположенных в поле тяжести вертикально между двумя горизонтальными объемами  $V_1$  и  $V_2$ , находящимися на разных высотах. Также на основании закона сохранения энергии Й. Лошмидт показал, что в каждой из шести молекулярных систем средняя кинетическая энергия молекул внизу будет больше, чем вверху. При этом Й. Лошмидт специально подчеркнул (в ссылке на стр. 216): *«Кто хочет доказать, что в стационарном состоянии для  $V_1$  и  $V_2$  кинетическая энергия молекул принимает одинаковое значение, должен доказать, что ни в одной из шести колонн a, b, c, d, e, f недопустимо изменение этого среднего значения сверху вниз»* [4, IV, стр. 216].

Но Л. Больцману очень хотелось доказать, что средняя кинетическая энергия молекул газа вверху и внизу одинакова и не зависит от высоты. И в 1879 году Л. Больцман вновь возвращается к вопросу теплового равновесия в газах в поле тяжести в статье «Дальнейшие замечания о некоторых проблемах механической теории тепла» [7], специально посвящая этому вопросу II часть этой статьи «О тепловом равновесии в тяжелых газах».

Л. Больцман ссылается на IV статью Й. Лошмидта и, рассматривая движение молекул как движение абсолютно упругих шаров и вопреки отмеченной выше ссылке Й. Лошмидта, подробно останавливается на рассмотрении лишь одной из шести предложенных Й. Лошмидтом молекулярных систем: *«Произвольно много (бесконечно большое или некоторое конечное число) абсолютно упругих шариков очень малого диаметра, обладающих одинаковыми свойствами, движутся вертикально вверх и вниз между двумя горизонтальными, абсолютно упругими стенками (потолком и полом). Кроме действия упругих соударений они просто обмениваются скоростями и предполагаем, что диаметр шариков весьма мал, то при каждом соударении нижние соударяющиеся молекулы движутся дальше точно таким же образом, как двигались бы верхние, если бы у них не происходило соударений с другими молекулами. Следовательно, дело обстоит в точности так, как будто молекулы совершенно беспрепятственно проходят сквозь другие, поскольку то, что при этом обе молекулы меняются ролями, для нашего рассмотрения совершенно не существенно. Предположим, что каждая отдельная молекула в начальный момент времени имеет скорость, по меньшей мере такую же большую, как скорость, которую получила бы молекула, если бы она свободно падала без начальной скорости от потолка до той точки, в которой она находится в настоящее время. Тогда непосредственно очевидно, что средняя кинетическая энергия молекулы внизу будет больше, чем вверху, и к тому же она остается таковой все время, так как при*

отражении от пола и потолка далее не происходит ничего, кроме обращения направления скорости молекул» [7, стр. 253].\*

Казалось бы, следует признать то, что «непосредственно очевидно», как следствие закона сохранения энергии в поле тяжести или же привести убедительное доказательство ошибочности этого вывода. Но Л. Больцман, не признавая того, что «непосредственно очевидно», не приводит доказательства равенства средней кинетической энергии вверху и внизу, а приводит бездоказательно следующие соображения, которые приведены ниже без сокращений:

«То, что отсюда еще нельзя вывести, что также и для тяжелых газов средняя кинетическая энергия молекул внизу больше, чем вверху, можно усмотреть уже из следующих соображений. В системе шаров, которую мы только что сконструировали, число молекул, в среднем находящихся на некотором определенном отрезке (например, внутри отрезка, длиной в один миллиметр), в некотором отношении аналогично плотности газа. Это число внизу будет меньше, чем вверху, потому что мы можем представить дело так, как будто шары беспрепятственно проходят один сквозь другой, т. е. как будто каждый шар, не обращая внимания на другие шары, движется вверх и вниз между полом и потолком, которое будем отсчитывать в направлении от потолка до пола, составляет 1000 мм, то каждая молекула будет проходить первые 100 мм очень медленно, вторые - несколько быстрее, третьи - еще быстрее и т. д., отсюда следует, что в первых 100 мм находится в среднем больше всего молекул, в лежащих непосредственно ниже 100 мм - меньше, на еще большей глубине - еще меньше и что, следовательно, плотность шаров в направлении к полу уменьшается. Однако отсюда вовсе не следует, что плотность в тяжелых газах уменьшается книзу. Результаты, которые гораздо ближе соответствуют соотношениям, существующим в реальных газах, мы получили в предположении, что в каждой точке между потолком и полом существовали также и такие молекулы, которые обладали меньшей, скоростью, чем та, которую они имели бы вследствие свободного падения от потолка до того места, если бы это свободное падение началось с нулевой начальной скоростью. Такие шары будут взлетать не до самого потолка, а поворачивать с какого-нибудь места между потолком и полом. Мы будем коротко называть эти шары, шарами, энергия которых лежит ниже критической точки. Так как они задерживаются в более глубоких слоях, то это будет способствовать тому, что плотность там может быть больше, чем в более высоких слоях. Однако, так как их кинетическая энергия очень мала, они также будут уменьшать среднюю кинетическую энергию нижележащих слоев и из-за своего количества могут способствовать тому, что средняя кинетическая энергия в нижележащих слоях окажется такой же или даже меньшей, чем в вышележащих слоях».

«В истинности этого утверждения очень легко убедиться на одном численном примере: Из бесконечного многообразия случаев, которые здесь могут иметь место, мы выберем в целях максимальной ясности один пример. Пусть расстояние между потолком и полом равно  $8g$  и всего имеется  $N$  шаров равной массы;  $N/3$  из них должна обладать тем свойством, что, если они двигаются независимо от остальных, то они получают нулевую скорость точно на потолке. Их энергия, следовательно, лежит еще не ниже критической точки, мы будем называть их шарами с наибольшей энергией. Другие  $N/3$  шаров (шары с меньшей энергией) обладают таким свойством, что они поворачивают уже на расстоянии  $6g$  от потолка; последние же  $N/3$  шаров (шары с наименьшей энергией) поворачивают уже на расстоянии  $7^{1/2}g$  от потолка;  $g$  при этом пусть будет ускорением силы тяжести,  $m$  - масса одного шара» [7, стр. 254].

\* Нумерация страниц приведена по переводу.

После вычисления средней кинетической энергии для приведенного выше численного примера Л. Больцман писал: **«Средняя кинетическая энергия шаров, только что находящихся в самых нижних частях, следовательно снова много меньше, чем в средних частях. Конечно, убывание средней кинетической энергии сверху вниз вовсе не является непрерывным, однако же, закон распределения шаров также не непрерывен. Если же мы предположили, что в начальный момент времени в наличии имелась не только система шаров трех различных энергий, но шары всех возможных энергий, то можно было бы легко сконструировать также систему движущихся вертикально друг над другом тяжелых упругих шаров, в которой средняя кинетическая энергия во всех слоях была бы постоянной или уменьшалась сверху вниз по некоторому произвольному закону»** [7, стр. 256].

Это как раз то, что и требовалось доказать. Этим последним выражением Л. Больцман не «полностью опроверг давнее утверждение», а напротив, доказал правоту Й. Лошмидта. Ибо в соответствии с рассмотренным выше мысленным экспериментом Максвелла, как только имеются два тела с различными значениями зависимости температуры от высоты, то сразу становится возможным вечный двигатель второго рода. Здесь, как утверждал Л. Больцман:

**«...легко сконструировать»** два тела, в одном из которых **«средняя кинетическая энергия была бы постоянной»**, т. е. температура не зависела бы от высоты, а в другом **«уменьшалась сверху вниз по произвольному закону»**.

Не желая признать очевидного увеличения средней кинетической энергии сверху вниз, Л. Больцман приводит соображения об уменьшении плотности газа сверху вниз. Безусловно, рассмотренные Й. Лошмидтом молекулярные модели дают лишь упрощенное представление о реальном газе в поле тяжести. Но, рассматривая эти молекулярные модели, Й. Лошмидт убедительно и наглядно показал, что в поле тяжести возможны системы, в которых средняя кинетическая энергия увеличивается сверху вниз вопреки определению термодинамического равновесия системы. Что же касается возражения Л. Больцмана об изменении плотности газа, то они к рассматриваемому вопросу никакого отношения не имеют, т. к. в определении термодинамического равновесия системы даже не упоминается о плотности системы.

Далее Л. Больцман продолжал: **«Поэтому результат этого рассмотрения следует резюмировать следующим образом: коль скоро среди движущихся вертикально друг над другом тяжелых шаров ни один не имеет энергии, которая лежит ниже критической точки, то хотя средняя кинетическая энергия около пола и больше, чем в вышележащих слоях, но зато и плотность вблизи пола меньше, чем вверху. Этот случай всегда будет иметь место, если в начальный момент времени энергия ни одного из шаров не лежит ниже критической точки. Если же напротив, система шаров находится во взаимодействии также и с другими системами, как это имеет место для остальных конструкций Лошмидта, в забвении которых он меня обвинил, то из того обстоятельства, что в начальный момент времени средняя кинетическая энергия внизу останется больше, чем вверху. Наоборот, обмен кинетической энергией с другими системами с необходимостью будет способствовать тому, что время от времени энергия большого числа шаров будет падать ниже критической точки. Благодаря этому, соотношение в системе вертикально движущихся вверх и вниз шаров совершенно изменяется; это будет, например, способствовать единственно тому, что плотность внизу будет больше, чем наверху, и я не вижу, что Лошмидт где-нибудь представил бы доказательство того, что это не могло бы способствовать тому, что средняя кинетическая энергия вверху и внизу была бы одной и той же. То же самое справедливо также и тогда, когда между полом и потолком находится только один-единственный шар. Коль скоро он взаимодействует с другими системами, то иногда будет обладать такой малой**

**кинетической энергией, что вовсе не достигнет потолка и его кинетическая энергия будет одинаково велика вверху и внизу» [7, стр. 257].**

Уж не этим ли последним утверждением Л. Больцман, по выражению П. Эренфеста, «опроверг давнее утверждение»? Этим утверждением Л. Больцман в пылу полемики не только «опроверг давнее утверждение», но и ... опроверг закон сохранения энергии, ибо у шара «кинетическая энергия будет одинаково велика вверху и внизу» только вопреки закону сохранения энергии, так как, отмечал Й. Лошмидт, кинетическая энергия любой молекулы, находящейся в поле тяжести, не может быть «одинаково велика вверху и внизу», а всегда будет при этом отличаться на величину  $mg\Delta Z$ , где  $\Delta Z$  - разница расстояний между верхом и низом.

Поразительная легкость опровержения достигается единственной фразой: «Коль скоро он взаимодействует с другими находящимися ниже пола системами».

Естественно возникает вопрос: а если шар не «взаимодействует с другими, находящимися ниже пола системами», а движется «между двумя горизонтальными абсолютно упругими стенками (потолком и полом)» [7, стр. 252], т. е. условия движения, установленные ранее самим же Л. Больцманом остаются неизменными? Тогда вопреки мнению Л. Больцмана, следует признать правоту Й. Лошмидта о неравенстве средней кинетической энергии вверху и внизу.

Как видно из последнего цитированного выше заключения Л. Больцман пришел к нему, изменив в процессе доказательства им же самим установленные ранее начальные условия доказательства. Но изменение условий доказательства — это, по существу не что иное, как подмена тезиса в процессе доказательства. Но из логики известно, что для того, чтобы доказательство было строгим, необходимо, чтобы тезис в процессе доказательства оставался неизменным. В точных науках тем более это считается само собой разумеющимся. В противном случае можно доказать что угодно, в том числе и придти к заключению: «... кинетическая энергия будет одинаково велика вверху и внизу».

Эту же ошибку в доказательстве Л. Больцман допустил при рассмотрении движения множества абсолютно упругих шаров. Таким образом, заключение Л. Больцмана о равенстве средних кинетических энергий вверху и внизу как для одного-единственного шара, так и для множества шаров находится в явном противоречии с законом сохранения энергии.

На рассмотренном выше конкретном численном примере Л. Больцман показал, что средняя кинетическая энергия внизу меньше, чем вверху. Но в этом, полученном Л. Больцманом результате нет ничего удивительного. Этот результат был заранее предопределен заданными начальными скоростями молекул. Это заданное распределение скоростей молекул позволяет одной трети молекул подниматься лишь до  $1/16$  высоты ( $1/2 g$ ), еще одной трети молекул - до  $1/4$  высоты ( $2 g$ ) и лишь одной трети молекул - до максимальной высоты ( $8g$ ), имея при этом у потолка нулевую скорость. Этот конкретный численный пример не может служить основой для обобщений, т. к. его результат зависит от начальных условий и заранее ими предопределен. Да и в результате этого рассмотрения получается неравенство средних кинетических энергий шаров вверху и внизу, что указывает на ограниченность второго начала термодинамики, т. к., как было показано выше, если второе начало термодинамики является абсолютным и безупречным, то должно быть только равенство средних кинетических энергий для любых систем.

Таким образом, при рассмотрении конкретного численного примера Л. Больцман не привел строгого доказательства постоянства температуры газа в поле тяжести.

Рассмотрим, как же обстоят дела с общим доказательством, с распределением Больцмана, т. е. с формулой, ссылаясь на которую Л. Больцман пришел к выводу о постоянстве температуры газа, утверждая: «Из этой формулы следует».

Странной является сама постановка вопроса. Что же следует из этой формулы и что, вообще, может следовать из формулы? Объективная реальность, исследуемая природа вещей? Вместо того, чтобы утверждать «из этой формулы следует», следовало бы постоянно помнить, что эта формула (распределение Больцмана) получена и справедлива при вполне определенных условиях. И вопрос следует ставить иначе, а именно, **когда, при каких условиях следует применять полученную формулу**, чтобы она соответствовала исследуемой объективной реальности, действительной природе реального газа.

При введении нового распределения, при получении новой формулы Л. Больцману следовало бы определить необходимые условия, при которых оно получено и справедливо. В этом случае было бы очевидно, что же действительно, следует из полученного в результате комбинации двух формул распределения. Но, к сожалению, этого не было сделано. Однако, одно из необходимых условий справедливости распределения Больцмана легко определить и понять, что же действительно следует из распределения Больцмана.

Распределение Максвелла, т.е. одна из формул, из которых скомбинировано распределение Больцмана **получена из условия постоянства температуры газа**. Так же **из условия постоянства температуры газа** получены барометрическая формула и формула экспоненциальной зависимости концентрации частиц от высоты, т. е. вторая формула, из которых скомбинировано распределение Больцмана. Это следует из вывода этих формул.

$$\frac{dp}{p} = -\frac{m \cdot g \cdot dh}{k \cdot T}$$

Действительно, барометрическая формула получена интегрированием уравнения:

Но интегрирование этого уравнения возможно только при условии постоянства температуры газа ( $T = \text{const}$ ), т. к. только постоянную  $T$  можно вынести за знак интеграла. Значит, только для постоянной температуры газа можно получить барометрическую формулу и формулу зависимости концентрации молекул от высоты:

$$\ln\left(\frac{p}{p_0}\right) = -\frac{m \cdot g \cdot h}{k \cdot T}$$

Откуда

$$P = P_0 \cdot e^{-\frac{m \cdot g \cdot h}{k \cdot T}} \quad \text{и} \quad N = N_0 \cdot e^{-\frac{m \cdot g \cdot h}{k \cdot T}}$$

Т. к. каждая из составляющих распределение Больцмана формул получена из условия постоянства температуры газа, то следует признать, что и **распределение Больцмана получено из условия постоянства температуры газа и справедливо только при этом условии**. Но из распределения Больцмана, «из этой формулы», несмотря на утверждение Л. Больцмана, никоим образом не следует постоянство температуры газа.

Таким образом, постоянство температуры газа не следует ни из рассмотрения конкретных мысленных экспериментов, ни из распределения Больцмана: нельзя доказать недоказуемое. Постоянство температуры газа в стационарном состоянии в поле тяжести не является следствием из распределения Больцмана, как считал Л. Больцман, а является одним из необходимых условий, при котором справедливо распределение Больцмана. Но это условие не может выполняться в газе в стационарном состоянии в поле тяжести, т; к. в поле тяжести

как для каждой частицы в отдельности, так и для системы в целом, постоянной величиной является не кинетическая энергия молекул газа и ее среднее значение, определяющее температуру газа, а сумма кинетической и потенциальной энергии. Это является основанием для правоты Й. Лошмидта о неравенстве температур в газе в стационарном состоянии в поле тяжести и о линейной зависимости температуры от высоты, т. к. потенциальная энергия молекул газа линейно зависит от высоты.

Таким образом, вывод Л. Больцмана о постоянстве температуры газа в стационарном состоянии в поле тяжести, который якобы является следствием из распределения Больцмана — это, по существу, грубая подгонка под нужный результат, вытекающий из абсолютного характера второго начала термодинамики.

Следовательно, при определении температурного равновесия в газе в стационарном состоянии в поле тяжести нельзя использовать ни распределение Максвелла, ни распределение Больцмана, т. к. оба эти распределения получены из условия постоянства температуры газа.

Безусловно, распределение Больцмана справедливо при постоянной температуре газа. Это значит, что если в вертикальной колонне газа в поле тяжести специально поддерживать температуру газа постоянной по всей высоте этой колонны, то плотность газа будет изменяться от высоты по экспоненте, т. е. в точном соответствии с распределением Больцмана.

Таким образом, Л. Больцман так и не привел строгого доказательства постоянства температуры газа в поле тяжести. Что же касается Й. Лошмидта, то он, напротив, показал, что в каждой из множества рассмотренных им молекулярных моделей газа происходит увеличение средней кинетической энергии молекул газа в поле тяжести. Наиболее наглядно это проявляется при заполнении пустого сосуда через верхнюю границу сосуда, т. е. при эмиссии газа в сосуд сверху вниз. При этом Й. Лошмидт отмечал: «...кинетическая энергия вертикальной компоненты всех молекул постоянно увеличивается по сравнению с номинальной на  $mgZ$ » [4, II, стр. 372].

И в этом Й. Лошмидт, безусловно, прав. Чтобы убедиться в этом, рассмотрим более подробно следующий мысленный эксперимент. Пусть в вакуумном сосуде высотой  $H$  обеспечивается абсолютно упругое зеркальное отражение при ударе молекул от верхней и нижней крышек и вертикальных боковых стенок сосуда. Заполним этот сосуд молекулами идеального газа с максвелловским распределением по скоростям молекул с температурой  $T$ . Пусть кинетическая энергия молекул газа равномерно распределена по трем степеням свободы, т. е. средние значения компонент скоростей молекул газа равны

$$\overline{u} = \overline{v} = \overline{w}$$

Рассмотрим молекулярное движение в этом сосуде, находящемся в поле тяжести. Спустя некоторое время, в течение которого молекулы с нулевой вертикальной компонентой скорости достигнут дна сосуда, и, отразившись от него, поднимутся до верхней крышки сосуда, в сосуде установится стационарное состояние газа, которое в дальнейшем останется неизменным. В результате действия поля тяжести у нижней крышки сосуда параметры газа существенно изменятся: кинетическая энергия молекул газа не будет равномерно распределена по трем степеням свободы, а распределение скоростей молекул газа не будет максвелловским. Причем для горизонтальных составляющих распределение скоростей молекул останется неизменным. Что же касается вертикальной компоненты скорости, то распределение скоростей не останется максвелловским, каким оно является у верхней крышки

сосуда, а в интервале скоростей от 0 до  $W = \sqrt{2gH}$  не будет обнаружено ни одной молекулы, т. к. все вертикальные компоненты скорости увеличатся на величину  $\sqrt{2gH}$ .

Действие поля тяжести изменяет и кинетическую энергию вертикальной составляющей скорости молекул. Если кинетическая энергия вертикальной составляющей скорости вверху равна:  $W_B = (mw^2)/2$ , то внизу она будет равна:  $W_H = (mw^2)/2 + mgH$ .

$$W_H = \frac{1}{N} \cdot \left[ \sum_{i=1}^n \frac{m \cdot (w_{iB})^2}{2} + m \cdot g \cdot H \cdot N \right] = W_B + m \cdot g \cdot H \quad .$$

Т. к. это приращение кинетической энергии на величину  $mgH$  получает внизу каждая молекула, то, следовательно, на эту же величину  $mgH$  увеличивается и среднее значение кинетической энергии молекул  $W_H$ .

Следовательно, Й. Лошмидт, безусловно, прав. Очевидно, что в данном случае среднее значение кинетической энергии молекул газа внизу  $W_H$  больше, чем вверху  $W_B$ . Поэтому, утверждать, что «средняя кинетическая энергия молекул газа вверху и внизу одна и та же», как это пытался доказать Л. Больцман, можно лишь **вопреки** закону сохранения энергии.

Рассмотрение непрерывного движения молекул газа между абсолютно упругими потолком и полом как множества абсолютно упругих шаров (молекул), так и одного единственного шара убедительно показывает, что средняя кинетическая энергия этих шаров (или одного шара) не может быть одинаково велика вверху (у потолка) и внизу (у пола). Она должна отличаться на величину  $mgH$ . Она может быть одинаковой только вопреки закону сохранения энергии. Для того, чтобы в упор не видеть этого явного противоречия Л. Больцман ввел обмен энергией «с другими находящимися ниже пола системами». Причем Л. Больцмана не смущало то, что этот обмен энергией противоречит установленным вначале самим же Л. Больцманом начальным условиям абсолютно упругого взаимодействия с потолком и полом. Из этого условия следует, что бессмысленно утверждать: «...шары будут взлетать не до самого потолка, а поворачивать с какого-нибудь места между потолком и полом».

Современные последователи Л. Больцмана также в упор не желают видеть противоречия при рассмотрении движения одной молекулы между абсолютно упругими потолком и полом, приводя следующую отговорку: «Понятие температуры не применимо к одной молекуле» [8]. Но ведь и Л. Больцман и Й. Лошмидт рассматривали этот случай, определяя при этом не температуру, а среднюю кинетическую энергию молекулы.

Й. Лошмидт в третьей статье рассматривал лишь одну молекулу, вертикальная составляющая которой на высоте  $Z$  обращается в нуль и молекула с горизонтальной составляющей скорости  $U_0$  совершает свободное падение по параболе и при изменении высоты на величину  $\Delta Z$  изменяет кинетическую энергию на величину  $mg\Delta Z$ .

$$m \cdot g \cdot \Delta Z + \frac{m \cdot (u_0)^2}{2} = a$$

На основании этого Й. Лошмидт привёл уравнение:

$$m \cdot g \cdot \Delta Z + \frac{m \cdot u^2}{2} = a.$$

определяя  $a$  как константу кинетической энергии молекулы, которая соответствует температуре. Й. Лошмидт рассматривал лишь одну молекулу для очевидности, но также очевидно, что поле тяжести влияет не на одну молекулу, а на все без исключения молекулы; и для каждой молекулы, изменяющей высоту на величину  $\Delta Z$  в результате свободного падения под действием поля тяжести кинетическая энергия молекулы изменяется на величину  $mg\Delta Z$ , и будет справедливо уравнение

И приращение  $mg\Delta Z$ , которое изменяет кинетическую энергию каждой из всех без исключения молекул не может не изменить и среднюю кинетическую энергию молекул, которая соответствует температуре. Так о каком же равенстве средней кинетической энергии молекул (температуры) может идти речь, если при уменьшении высоты на величину  $\Delta Z$  энергия каждой из всех без исключения молекул получает приращение  $mg\Delta Z$ ? Причем на величину  $\Delta Z$  нет никаких ограничений.

Таким образом, Л. Больцман, утверждая о равенстве средней кинетической энергии вверху и внизу не «опроверг давнее утверждение», а внес в теоретическую физику заблуждение и ввел в заблуждение теоретиков, которые, вопреки научному методу познания, **слепо верят в авторитет Л. Больцмана.**

Таким образом, строгое применение закона сохранения энергии находится в прямом противоречии со вторым началом термодинамики. Поэтому, подтвердив и признав гипотезу Й. Лошмидта о линейной зависимости температуры от высоты в поле тяжести, необходимо будет признать не только неточность термодинамического определения системы, но и ограниченность второго начала термодинамики.

В этой научной дискуссии между Л. Больцманом и Й. Лошмидтом так и не было определено, кто же прав в этом фундаментальном аспекте общей физики, несмотря на то, что каждый упорно отстаивал прямо противоположное мнение, что является необходимым условием для проведения решающего эксперимента. Безусловно, этот решающий эксперимент можно было бы провести еще во времена становления молекулярно-кинетической теории, т. е. во времена дискуссии по этому вопросу между Л. Больцманом и Й. Лошмидтом. Однако, к сожалению, этого не было сделано и господствующее в настоящее время в теоретической физике мнение о равенстве температур в газе в стационарном состоянии в поле тяжести основано лишь на слепой вере в авторитет Л. Больцмана.

Хотя, как отмечалось выше, теоретически можно признать, Й. Лошмидт был прав. Тем не менее, в соответствии с научным методом познания, окончательный вердикт о правоте Й. Лошмидта в споре с Л. Больцманом должен вынести суд решающего эксперимента. О необходимости проведения этого решающего эксперимента автор этих строк уже писал ранее [9].

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Эренфест П.* Об одном заблуждении относительно равновесия газа в поле тяжести. В сб. Эренфест П. Относительность. Кванты. Статистика. «Наука», М., 1972, стр. 116-118.
2. *Больцман Л.* Очерки методологии физики. М.6 1929, стр. 33.
3. Wien. ber. Abt. 2. 1876. Bd. 72. S. 427-457.
4. Wien. ber. Abt. 2 I. 1876. Bd. 73. S. 128-142.  
Wien. ber. Abt. II. 1876. Bd. 73. S. 366-372.  
Wien. ber. Abt. I. II. 1877. Bd. 75. S. 287-298.  
Wien. ber. Abt. IV. 1878. Bd. 76. S. 209-225.
5. *Maxwell J.C.* On the dynamical Theory of Gases. Philos. Magazine Vol. XXXV. 1868.
6. Wien. ber. Abt. 2. 1876. Bd. 74. S. 503-552.
7. Wien. ber. Abt. 2. 1879. Bd. 78. S. 7-46.  
(Имеется перевод в кн. Людвиг Больцман. Избранные труды. М. «Наука», 1984).
8. *Болотовский Б. М.* «Наука и жизнь» № 5, 6. 1992, стр. 87.
9. *Опарин Е. Г.* ж. ЖРФМ. № 1, 1991, стр. 40-46.

---

1.02.1993 г. г. Москва

Опарин Евгений Григорьевич, физик, действительный член Русского Физического Общества.